

Parte 05 - Técnicas de programação (mapas de Veitch-Karnaugh)

Mapas de Veitch-Karnaugh

Montar circuitos lógicos a partir de tabela verdade, embora seja tarefa fácil, geral um circuito extremamente grande. A fim de minimiza-los foram criados os mapas de Veitch-Karnaugh, o nome deve-se aos seus criadores Edward Veitch e Maurice Karnaugh.

Um mapa de Karnaugh é uma ajuda excelente para simplificação de funções de até 4 variáveis. Para funções de mais de 4 variáveis a simplificação é mais complexa pois torna-se uma tarefa árdua identificar as células adjacentes no mapa. Para funções de mais de 4 variáveis devem ser utilizadas soluções algorítmicas computacionais.

O método utiliza como base uma tabela verdade onde serão colocadas todas os variáveis de entrada e saídas.

Tabela verdade				Posição no mapa
A	B	C	D	S
0	0	0	0	1ª Linha - 1ª coluna
0	0	0	1	1ª Linha - 2ª coluna
0	0	1	0	1ª Linha - 4ª coluna
0	0	1	1	1ª Linha - 3ª coluna
0	1	0	0	2ª Linha - 1ª coluna
0	1	0	1	2ª Linha - 2ª coluna
0	1	1	0	2ª Linha - 4ª coluna
0	1	1	1	2ª Linha - 3ª coluna
1	0	0	0	3ª Linha - 1ª coluna
1	0	0	1	3ª Linha - 2ª coluna
1	0	1	0	3ª Linha - 4ª coluna
1	0	1	1	3ª Linha - 3ª coluna
1	1	0	0	4ª Linha - 1ª coluna
1	1	0	1	4ª Linha - 2ª coluna
1	1	1	0	4ª Linha - 4ª coluna
1	1	1	1	4ª Linha - 3ª coluna

Mapa de Karnaugh (4 variáveis)

Saída

		C D			
		0 0	0 1	1 1	1 0
A B	0 0	0000	0001	0011	0010
	0 1	0100	0101	0111	0110
	1 1	1100	1101	1111	1110
	1 0	1000	1001	1011	1010

Nota:
Os valores são ordenados seguindo o código Gray, ou seja, só varia um bit por vez.

Entendendo os mapas através de exemplos:

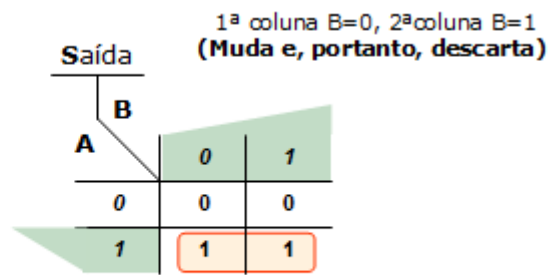
Duas variáveis

Tabela verdade

A	B	S
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Expressão retirada da tabela:
S = A.B' + A.B

2ª linha A=1
(Não muda e, portanto, considera)



Expressão retirada do mapa:
S = A

Três variáveis

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Expressão retirada da tabela:
 $S = A'.B'.C + A'.B.C + A.B'.C + A.B.C$

1ª linha A=0, 2ª linha A = 1 (muda)
descarta

2ª coluna B=0, 3ªcoluna B=1 (muda)
descarta

2ª coluna 1=0, 3ªcoluna C=1 (não muda)
considera

Saída

		B C			
		00	01	11	10
A	0	0	1	1	0
	1	0	1	1	0

Expressão retirada do mapa:
 $S = C$

Praticando...

1- Dados os mapas extraia as expressões e monte o ladder.

S		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	0	0	1
	01	1	1	1	1
	11	0	0	0	1
	10	1	1	1	1

S=

S		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	0	1
	01	1	1	1	1
	11	1	0	0	1
	10	1	0	0	1

S=

S		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	0	1
	01	1	1	1	1
	11	1	0	0	1
	10	1	0	0	1

S=

S		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	0	0	0
	01	1	1	1	1
	11	0	0	0	0
	10	1	1	1	1

S=

S		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	1	1	1
	01	1	0	0	1
	11	1	0	0	1
	10	1	1	1	1

S=

S		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	0	1
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	0	0	1

S=

S		CD			
		00	01	11	10
AB	00	0	0	0	0
	01	1	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	0	0	0	0

S=

S		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	1	0	0	1
	10	1	1	1	1

S=

S		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	1	1	1
	01	0	1	1	0
	11	0	1	1	0
	10	1	1	1	1

S=

2- Dado a tabela verdade extraia o mapa e a expressão lógica e o ladder.

A	B	C	D	S
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

A	B	C	D	S
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

S					
AB	CD				
		00	01	11	10
00					
01					
11					
10					

S=

S					
AB	CD				
		00	01	11	10
00					
01					
11					
10					

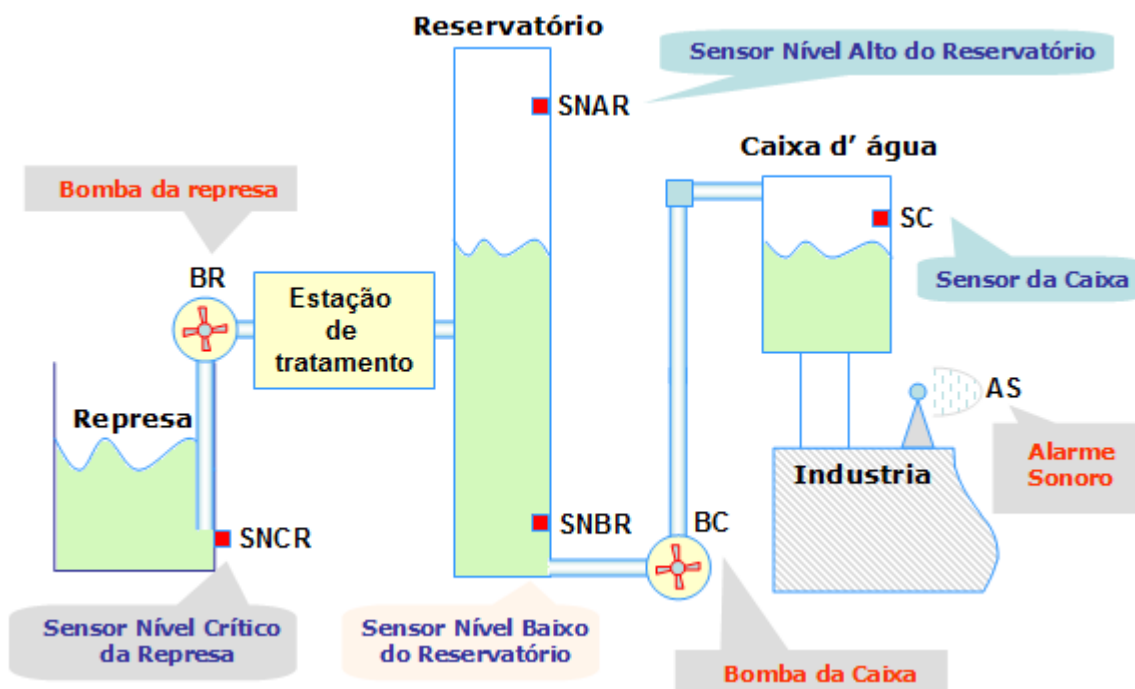
S=

S					
AB	CD				
		00	01	11	10
00					
01					
11					
10					

S=

Aplicação sistema de abastecimento de água (resolvido)

Uma indústria capta toda água que precisa de uma represa local. Esta água é bombeada para uma estação de tratamento e em seguida armazenada em um reservatório e esta por sua vez deve ser bombeada à uma caixa de água de menor porte, a fim de alimentar a industria.



Descrição do processo

Sempre que o sensor de nível alto do reservatório (**SNAR**) estiver desacionado (0), a bomba do rio (**BR**) deve ser ligada (1) para encher o reservatório até o sensor de nível alto (**SNAR**) ser acionado (1).

A indústria esta em uma região de baixo índice pluviométrico e o rio, as vezes, fica baixo não sendo possível captar a água. Então o sensor de nível crítico do rio (**SNCR**) estiver desacionado (0), um alarme (**AS**) deverá ser ligado (1) para avisar o operador e a bomba do rio (**BR**) deve ser desligada (0).

Ao mesmo tempo a caixa d'água da indústria deve ficar com seu nível sobre o sensor da caixa (SC), ou seja, **SC** = 1. Se o nível da caixa d'água ficar abaixo de **SC**, ou seja, **SC** = 0 a bomba da caixa (**BC**) deve ser ligada (1), mas somente se **SNBR** = 1.

Se ocorrer um erro lógico todas as saídas deverão ser desligadas e um indicador de **ERRO** acionado

Definindo Entradas e Saídas

Entradas

Nomes	Siglas
Sensor de nível alto do reservatório	SNAR
Sensor de nível baixo reservatório	SNBR
Sensor de nível crítico do rio	SNCR
Sensor da caixa	SC

Saídas

Nomes	Siglas
Bomba do rio	BR
Bomba da caixa	BC
Alarme	AL
Erro	ERRO

Tabela verdade

A tabela verdade é uma tabela onde são pressupostas todas as condições possíveis de entrada do sistema, e de acordo com estas entradas a saída poderá ser verdadeira ou não.

O número de condições possíveis das entradas depende do número de entradas, pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\text{condições possíveis} = 2^{n^{\circ} \text{ de entradas}}$$

Logo, condições possíveis = $2^4 = 16$.

Para saber se a saída será verdadeira (1) ou falsa (0), devemos analisas as 16 condições. Dentre estas 16 condições algumas nunca acontecerão e serão consideradas irrelevantes e a saída será representada por um x.

Tabela verdade

	Entradas				Saídas			
	SNAR	SNBR	SNCR	SC	BR	BC	AL	Erro
00	0	0	0	0	0	0	1	0
01	0	0	0	1	0	0	1	0
02	0	0	1	0	1	0	0	0
03	0	0	1	1	1	0	0	0
04	0	1	0	0	0	1	1	0
05	0	1	0	1	0	0	1	0
06	0	1	1	0	1	1	0	0
07	0	1	1	1	1	0	0	0
08	1	0	0	0	0	0	0	1
09	1	0	0	1	0	0	0	1
10	1	0	1	0	0	0	0	1
11	1	0	1	1	0	0	0	1
12	1	1	0	0	0	1	1	0
13	1	1	0	1	0	0	1	0
14	1	1	1	0	0	1	0	0
15	1	1	1	1	0	0	0	0

Os mapas de Veith-Karnaugh

Uma vez montada a tabela verdade, poderíamos até extrair a expressão booleana para cada saída, porém ela fica muito grande o que inviabiliza sua criação lógica.

Os mapas de Veith-karnaugh minimizam estas expressões e assim, facilitam a criação do circuito lógico.

Elaboração do mapa

Todas as variáveis de entradas são combinadas em 16 formas diferentes, então o mapa de Veith-Karnaugh terá 16 posições. O arranjo mais conveniente é em uma matriz 4x4.

		BR			
		SNAR SNBR	SNCR SC		
		00	01	11	10
00					
01					
11					
10					

Os bits no mapa representam todas as combinações possíveis de entrada (**SNAR, SNBR, SNCR e SC**) ordenados segundo o código de Gray de forma que apenas uma variável muda de valor entre cada célula e uma adjacente.

Os espaços não preenchidos do mapa representam as saídas, que podem ser verdadeiras (1), falsas (0) ou irrelevantes (X).

Mapa da bomba do Rio (BR)

Na tabela verdade as condições em que bomba do rio é verdadeira, ou seja, estará ligada, são:

	Entradas			
	SNAR	SNBR	SNCR	SC
03	0	0	1	0
04	0	0	1	1
07	0	1	1	0
08	0	1	1	1

Saídas			
BR	BC	AL	Erro
1	0	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0
1	0	0	0

As demais são falsas, ou seja, estão desligadas (0) ou irrelevantes.

Mapa referente a bomba do rio (BR)

BR		SNAR SNBR			
		SNCR SC			
		00	01	11	10
00	0	0	0	1	1
01	0	0	0	1	1
11	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0

Após o mapa ter sido construído a próxima tarefa é encontrar os termos mínimos a usar na expressão final. Estes termos são encontrados agrupando conjuntos de saídas verdadeiras (1) adjacentes no mapa. O agrupamento deve ser retangular e deve ter uma área igual a uma potência de 2 (i.e. 2, 4, 8, ...). Os retângulos devem ser os maiores possíveis, sem conter nenhum 0.

O agrupamento referente à bomba do rio (BR)

BR		SNAR SNBR			
		SNCR SC			
		00	01	11	10
00	0	0	0	1	1
01	0	0	0	1	1
11	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0

Colunas onde o conjunto está inserido

Linhas onde o conjunto está inserido

Agora devemos extrair a expressão booleana correspondente a saída verdadeira (1) para a bomba do rio (BR).

A expressão Booleana referente à saída (BR)

SNAR ⇒ Analisando as linhas onde o conjunto está inserido, note que a entrada SNAR **não muda**, ou seja, na primeira linha é falsa (0) e na segunda continua falsa (0). Neste caso, a saída somente será verdadeira (1), para SNAR, se ele for **invertido**.

SNBR ⇒ Ainda analisando as linhas, onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SNBR **muda**, ou seja, na primeira linha é falsa (0) e na segunda linha é verdadeira (1). Neste caso, ela deve ser **ignorada**.

SNCR ⇒ Analisando as colunas, onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SNCR **não muda**, ou seja, na primeira coluna é verdadeira (1) e na segunda continua verdadeira (1). Neste caso, a saída será verdadeira (1) sempre que SNCR for verdadeiro.

SC ⇒ Ainda analisando as colunas, onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SC **muda**, ou seja, na primeira coluna é verdadeira (1) e na segunda é falsa (0). Neste caso, ela deve ser **ignorada**.

Cada conjunto representa uma função lógica “AND”, assim, a saída **BR** só estará ligada se SNAR for falso (0) e SNCR for verdadeiro. Logo a expressão é:

$$BR = SNAR' \cdot SNCR$$

Ladder correspondente à bomba do rio (BR)



Mapa da bomba da caixa (BC).

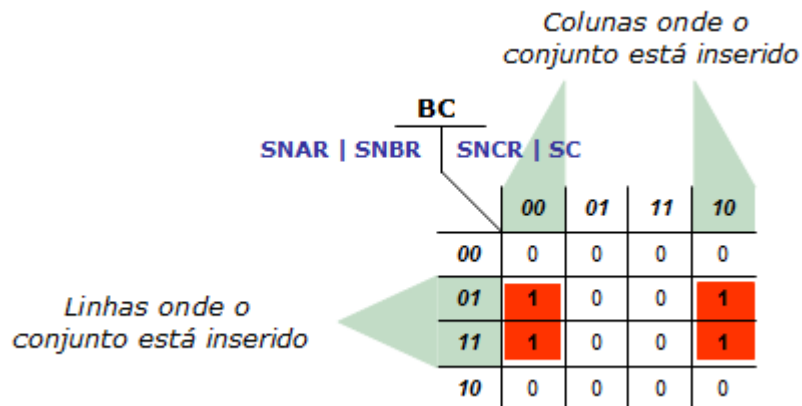
Na tabela verdade as condições em que bomba do rio é verdadeira, ou seja, estará ligada, são:

	Entradas			
	SNAR	SNBR	SNCR	SC
05	0	1	0	0
07	0	1	1	0
13	1	1	0	0
15	1	1	1	0

Saídas			
BR	BC	AL	Erro
0	1	1	0
1	1	0	0
0	1	1	0
0	1	0	0

As demais são falsas, ou seja, estão desligadas.

Mapa referente à bomba da caixa (BC) (Já agrupado)



Agora devemos extrair a expressão booleana correspondente a saída verdadeira (1) para a bomba da caixa (BC).

A expressão Booleana referente à saída (BC)

SNAR ⇒ Analisando as linhas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SNAR **muda**, ou seja, na primeira linha é falsa (0) e na segunda é verdadeiro (1). Neste caso, esta entrada deve ser **ignorada**.

SNBR ⇒ Ainda analisando as linhas, onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SNBR **não muda**, ou seja, na primeira linha é verdadeira (1) e na segunda linha continua verdadeira (1). Neste caso, a saída será verdadeira (1) sempre que SNBR for verdadeiro.

SNCR ⇒ Analisando as colunas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SNCR **muda**, ou seja, na primeira coluna é falsa (0) e na segunda é verdadeiro (1). Neste caso, esta entrada deve ser **ignorada**.

SC ⇒ Analisando as colunas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SC **não muda**, ou seja, na coluna linha é falsa (0) e na segunda continua falsa (0). Neste caso a saída somente será verdadeira (1) para SC, se ele for **invertido**.

Cada conjunto representa uma função lógica “AND”, assim, a saída BC só estará ligada se SNBR for verdadeiro (1) e SC for falso (0). Logo a expressão é:

$$BC = SNBR \cdot SC'$$

Ladder correspondente à bomba da caixa (BC)



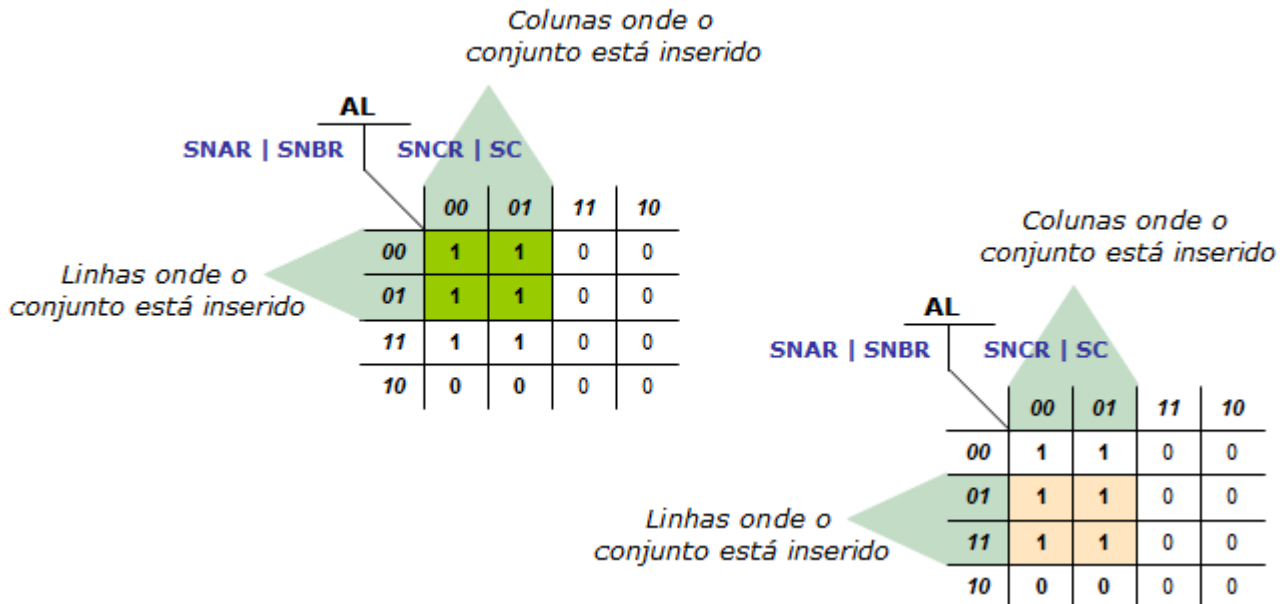
Mapa do alarme (AL).

Na tabela verdade as condições em que o alarme é verdadeira, ou seja, onde estará ligado, são:

	Entradas			
	SNAR	SNBR	SNCR	SC
01	0	0	0	0
02	0	0	0	1
05	0	1	0	0
06	0	1	0	1
13	1	1	0	0
14	1	1	0	1

Saídas			
BR	BC	AL	Erro
0	0	1	0
0	0	1	0
0	1	1	0
0	0	1	0
0	1	1	0
0	0	1	0

As demais são falsas, ou seja, estão desligadas (0).

Mapas referente ao Alarme (Já agrupado)

Agora devemos extrair a expressão booleana correspondente a saída verdadeira (1) para o alarme (AL). Dois mapas foram montados para facilitar a ilustração, porém, deve ser montado um único mapa.

A expressão Booleana referente à saída (AL) (primeiro MAPA)

SNAR ⇒ Analisando as linhas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SNAR **não muda**, ou seja, na primeira linha é falso (0), na segunda linha é falsa (0). Neste caso, a saída somente será verdadeira (1) se SNAR ele for **invertido**.

SNBR ⇒ Ainda analisando as linhas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SNBR **muda**, ou seja, na primeira coluna é falsa (0) e na segunda é verdadeiro (1). Neste caso, esta entrada deve ser **ignorada**.

SNCR ⇒ Analisando as colunas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SC **não muda**, ou seja, na primeira coluna é falsa (0) e na segunda continua falsa (0). Neste caso a saída somente será verdadeira (1) para SNCR, se ele for **invertido**.

SC ⇒ Ainda analisando as colunas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SC **muda**, ou seja, na primeira coluna é falsa (0) e na segunda é verdadeiro (1). Neste caso, esta entrada deve ser **ignorada**.

A expressão Booleana referente à saída (AL) (segundo MAPA)

SNAR ⇒ Analisando as linhas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SNAR **muda**, ou seja, na primeira linha é falso (0), na segunda linha é verdadeiro (1). Neste caso, esta entrada deve ser **ignorada**.

SNBR ⇒ Ainda analisando as linhas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SNBR **não muda**, ou seja, na segunda linha é verdadeira (1) e na terceira é verdadeiro (1). Neste caso, a saída será verdadeira (1) sempre que SNBR for verdadeiro.

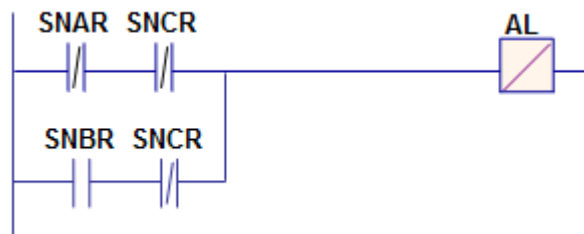
SNCR ⇒ Analisando as colunas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SC **não muda**, ou seja, na primeira coluna é falsa (0) e na segunda continua falsa (0). Neste caso, a saída somente será verdadeira (1) para SNCR, se ele for **invertido**.

SC ⇒ Ainda analisando as colunas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SC **muda**, ou seja, na primeira coluna é falsa (0) e na segunda é verdadeiro (1). Neste caso, esta entrada deve ser ignorada.

Cada conjunto representa uma função lógica “AND” e para juntar os dois conjuntos uma lógica “OR”, assim, a saída AL só estará ligada (1) se SNAR e SNCR forem falsos (0) ou se SNBR for verdadeiro (1) e SNCR for falso (0) . Logo a expressão completa será:

$$AL = SNAR' \cdot SNCR' + SNBR \cdot SNCR$$

Ladder correspondente ao alarme (AL)



Mapa indicador de erro (ERRO).

Na tabela verdade as condições em que o indicador de erro é verdadeira, ou seja, onde estará ligado, são:

	Entradas			
	SNAR	SNBR	SNCR	SC
08	1	0	0	0
09	1	0	0	1
10	1	0	1	0
11	1	0	1	1

Saídas			
BR	BC	AL	Erro
0	0	0	1
0	0	0	1
0	0	0	1
0	0	0	1

As demais são falsas, ou seja, estão desligadas (0).

Mapas referente ao ERRO (Já agrupado)

Colunas onde o conjunto está inserido

ERRO		SNCR SC			
		00	01	11	10
SNAR SNBR	00	0	0	0	0
	01	0	0	0	0
	11	0	0	0	0
	10	1	1	1	1

Linha onde o conjunto está inserido

A expressão Booleana referente à saída (ERRO)

SNAR ⇒ Como há somente uma linha onde o conjunto esta inserido a entrada SNAR **não muda**, ou seja, é verdadeiro (1). Neste caso, a saída será verdadeira (1) sempre que SNAR for verdadeiro.

SNBR ⇒ Como também há somente uma linha onde o conjunto esta inserido a entrada SNBR **não muda**, ou seja, é falso (0). Neste caso, a saída somente será verdadeira (1) para SNCR, se ele for **invertido**.

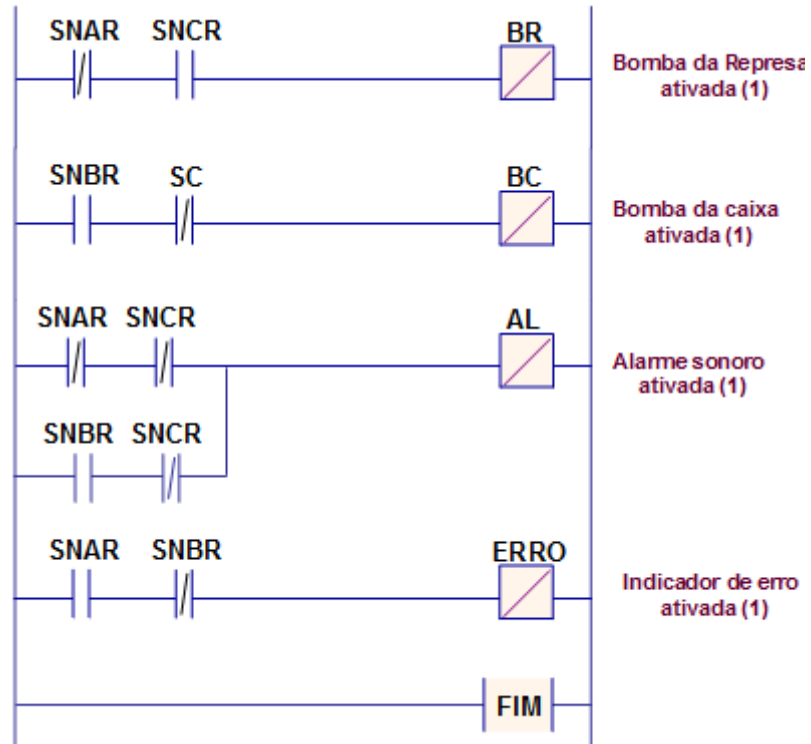
SNCR ⇒ Analisando as colunas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SNCR **muda**, ou seja, na primeira coluna é falsa (0), na segunda continua falsa (0) porém na terceira é verdadeiro (1). Neste caso, esta entrada deve ser **ignorada**.

SC ⇒ Analisando as colunas onde o conjunto esta inserido, note que a entrada SC **muda**, ou seja, na primeira coluna é falsa (0), na segunda é verdadeiro (1). Neste caso, esta entrada deve ser **ignorada**.

Cada conjunto representa uma função lógica "AND", assim, a saída ERRO só estará ligada (1) se SNAR for verdadeiro e SNCR invertido. Logo a expressão é:

$$\mathbf{ERRO = SNAR \cdot \overline{SNBR}}$$

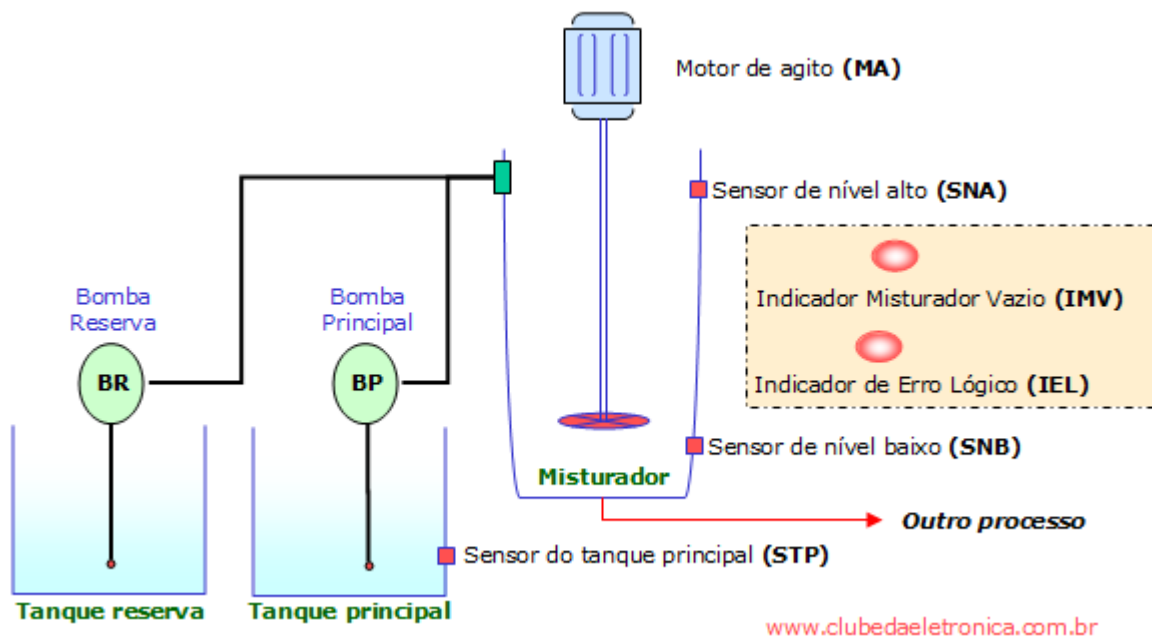
Ladder correspondente ao indicador de erro (ERRO)

Ladder completo:

Os mapas não são recomendados em sistemas com mais de 4 entradas, se for necessário as máquinas de estados são mais adequadas.

Praticando...

Dado o sistema abaixo, elabore um sistema lógico, em ladder, que atenda todos os critérios requeridos.



Critérios:

- O misturador deverá estar sempre cheio, ou seja, **SNA=1**. Se **SNA=0**, a bomba principal (**BP**) deverá ser acionada (1), mas somente se houver produto no tanque principal (**STP=1**), se não houver (**STP=0**) a bomba reserva (**BR**) deve ser acionada (1).
- Sempre que o sensor de nível baixo (**SNB**) estiver em 0, um indicador (**IMV**) deverá avisar ao operador que o misturador está vazio.
- Se ocorrer um erro lógico (situação impossível), todas as saídas deverão ser desligadas e o operador deverá ser avisado através do indicador de erro lógico **IEL**.
- Se o misturador estiver cheio, o motor de agito (**MA**) deve ser acionado.

Etapas à seguir:

1- Definir as entradas e saídas

Entradas		Saídas	

Ilustração:

2- Elaborar tabela verdade

Entradas		

saídas			

3- Elaborar os mapas e extrair as expressões lógicas

		00	01	11	10
0					
1					

_____ = _____

		00	01	11	10
0					
1					

_____ = _____

		00	01	11	10
0					
1					

_____ = _____

		00	01	11	10
0					
1					

_____ = _____

		00	01	11	10
0					
1					

_____ = _____

4- Elaborar o ladder e testar

2 - Sistema de votação

Deseja-se implementar um sistema lógico simplificado para um sistema de votação de uma empresa, que tem sua diretoria constituída pelos seguintes elementos: **Diretor**, **Vice-diretor**, **Secretário** e **Tesoureiro**.

Uma vez por mês esta diretoria se reúne para discutir sobre os mais diversos assuntos, sendo que as propostas são ou não **Aceitas**. Devido o número de elementos da diretoria ser par, o sistema adotado é o seguinte:

- Maioria → A proposta é aceita
- Minoria → A proposta é rejeitada
- Empate → Vence o voto dado pelo diretor

Etapas à seguir:

- a. Complete a tabela verdade de maneira que atenda as exigências.
- b. Complete o mapa para simplificação.
- c. Extraia e expressão lógica.
- d. Elabore e teste o programa em ladder.

“Olhe à frente, para que a vista preceda os passos.”

Salomão, rei de Israel.

www.clubedaeletronica.com.br

Referências bibliográficas:

- ❑ Circuitos digitais, Autor: Antonio Carlos de Oliveira Lourenço, Ed. Érica.
- ❑ http://www.plcopen.org/pages/tc1_standards/iec_1131_or_61131/
- ❑ <http://www.cpdee.ufmg.br/~carmela/NORMA%20IEC%201131.doc>
- ❑ <http://www.software.rockwell.com/corporate/reference/iec1131/>
- ❑ <http://www.plcopen.org/>
- ❑ <http://www.lme.usp.br/~fonseca/psi2562%20aula%206%20IHM.pdf>
- ❑ <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18133/tde-11072002-085859/>
- ❑ http://www.redenet.edu.br/publicacoes/arquivos/20080108_144615_INDU-058.pdf
- ❑ <http://www.corradi.junior.nom.br/modCLP.pdf>
- ❑ <http://www.cpdee.ufmg.br/~seixas/Paginall/Download/DownloadFiles/>